

چندضلعی‌ها و تقارن

به نام خدا

در این جلسه فصل سوم کتاب رو شروع می‌کنیم.

در ابتدا با چندضلعی‌ها آشنا میشیم و در ادامه، مباحث پیش‌نیاز درس توازی و تعامد رو یاد می‌گیریم.

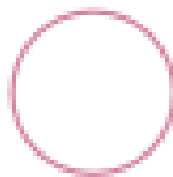
تعریف چندضلعی چیه؟

در صفحه به هر خط شکسته بسته، چند ضلعی گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند، مگر در راسها که دو ضلع به هم می‌رسند.

برای تشخیص چند ضلعی دو تا نکته رو باید در نظر داشته باشید:

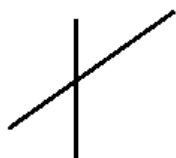
۱. چند ضلعی حتما یک خط شکسته بسته‌س.

پس اگه شکلی به ما دادن که چند ضلعی شکسته نبود، یا بسته نبود می‌گیم که چند ضلعی نیست. مثلا شکلهای زیر هیچکدوم چند ضلعی نیستن:

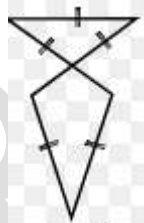
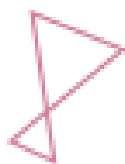


۲. ضلع‌ها نباید همدیگر رو قطع کنن، مگه در راسها که دو ضلع به هم می‌رسن.

هر با توی یه شکلی، یه قسمت شبیه شکل زیر دیدید، برونید که شکل شما چند ضلعی نیست، چون توی چند ضلعی، ضلع‌ها فقط موازن در راس همدیگر رو قطع کنن



مثلا شکلهای زیر هیچکدوم چند ضلعی نیستن:



بعد از اینکه تعریف چند ضلعی رو یاد گرفتیم می‌فویایم چند ضلعی منتظم رو تعریف کنیم:

چند ضلعی منتظم:

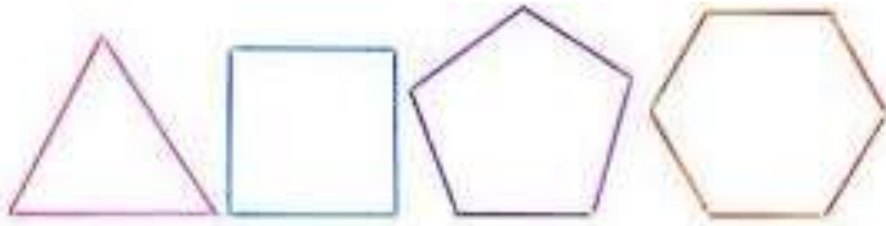
اگر در یک چند ضلعی همه ضلع‌ها با هم و همه زاویه‌ها با هم برابر باشند، می‌گوییم آن چند ضلعی منتظم است.

پس برای چند ضلعی منتظم هم دو تا نکته داریم:

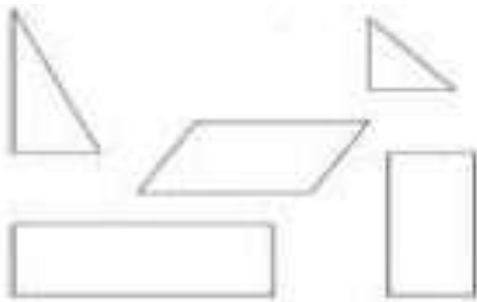
۱. همه ضلع‌ها باید با هم برابر باشند.

۲. همه زاویه‌ها باید با هم برابر باشند.

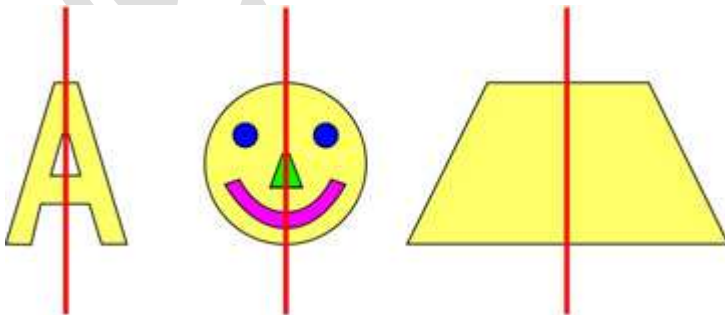
شکلهای زیر همه چند ضلعی منتظم هستند:



اگه يه شكلي چند ضلعي باشه، ولي شرايط چند ضلعي منتظم رو نداشته باشه بوش چند ضلعي نامنتظم ميگن. شكلهاي زير چند ضلعي نامنتظم هستن:



كلاس ششم با تعريف خط تقارن يا محور تقارن آشنا شديم. يه ياد آوري مي كنيم: خط تقارن خطيه كه شكل رو به دو قسمت كاملا مساوي تقسيم مي كنه، به شرطي كه: اگه از محل اون خط، شكل رو تا كنيم، دو قسمت اون رو هم بيفتن. خط تقارن شكلهاي زير رو بينيد:



تعداد خط تقارن چند تا از شكلها رو با هم بينيم:

مثلث متساوی الاضلاع: ۳

مثلث متساوی الساقین: ۲

مثلث مختلف الاضلاع: ۰

مستطیل: ۲

مربع: ۴

دایره: بی شمار

اینجا مطالبی بود که شما سال ششم باهانش آشنا شدیم.

حالا اینجا میفوییم مرکز تقارن رو تعریف کنیم:

اگر شکلی را حول یک نقطه ، 180° درجه دوران دهیم و نتیجه دوران، روی خودش منطبق شود، میگوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطه مورد نظر مرکز تقارن شکل است.

تا اینجا ما با چند ضلعی های منتظم و مرکز تقارن آشنا شدیم. حالا میفوییم ببینیم کدوم یکی از چند ضلعی های منتظم مرکز تقارن دارن؟

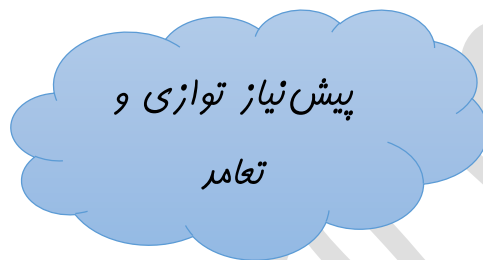
یه راهش اینه که شکلها رو 180° درجه دوران بدیم و ببینیم که شکل روی خودش میفته یا نه. ولی یه راه ساده تری هم وجود داره 😊.

اگه تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم **زوج** باشه اون چند ضلعی **مرکز تقارن داره**.

اگه تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم **فرد** باشه اون چند ضلعی **مرکز تقارن نداره**.

**** نکته فیللی موم: این مطلب فقط برای چند ضلعی های منتظم گفته شده ****

پس سه ضلعی منتظم، پنج ضلعی منتظم، هفت ضلعی منتظم و ... **مرکز** تقارن ندارند.
 اما چهارضلعی منتظم، شش ضلعی منتظم، هشت ضلعی منتظم و ... **مرکز** تقارن دارند.
دقت کنید که مرکز تقارن و محور تقارن رو با هم اشتباه نگیرید.
 مثلا مثلث متساوی الاضلاع سه تا محور تقارن داره ولی مرکز تقارن نداره.



قبل از اینکه مبحث فصول موازی رو شروع کنیم، بهتره که یه سری مطالب رو یادآوری کنیم:

یادتونه به چه زاویه هایی می گفتیم مکمل؟

هر وقت دو تا زاویه مجموعشون ۱۸۰ درجه میشه می گفتیم این دو تا زاویه با هم مکمل هستن.

$$\text{مثل } ۳۰ \text{ و } ۱۵۰ \text{ که } ۳۰ + ۱۵۰ = ۱۸۰$$

$$\text{یا } ۴۰ \text{ و } ۱۴۰ \text{ که } ۴۰ + ۱۴۰ = ۱۸۰$$

حالا شما بگید زاویه ۴۵ درجه با چه زاویه ای مکمل میشه؟

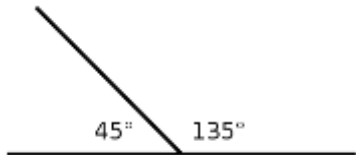
باید یه زاویه پیدا کنیم که اگه با ۴۵ جمعش کردیم بشه ۱۸۰:

$$۴۵ + \text{زاویه مکمل} = ۱۸۰$$

بنابراین :

$$\text{زاویه مکمل} = 180 - 45 = 135$$

یعنی زاویه های ۴۵ و ۱۳۵ مکمل همدیگه هستن.



پس برای اینکه مکمل یه زاویه رو به دست بیاریم مقدار اون رو از ۱۸۰ کم کنیم.

دوست دارید بدونید چطوری می تونیم با شکل دو تا زاویه مکمل بسازیم؟

بریم بسازیم 😊.

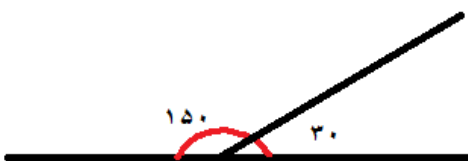
یه خط صاف می کشیم:



می دونیم که این یه زاویه ۱۸۰ درجه‌س:



حالا ما هر قطی که این ۱۸۰ درجه رو به ۲ قسمت تقسیم کنه، در واقع دو تا زاویه مکمل ساخته، مث شکل های زیر:



کلی زاویه مکمل دیگه هم می‌تونیم بسازیم.

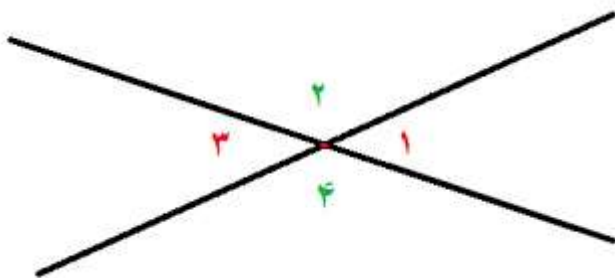
پس یه نتیجه می‌گیریم:

هر جا یه خط صاف داشتیم که یه خط دیگه، اونو به دو بخش تقسیم کرده بود و ارزش دو تا زاویه ساخته بود، اون دو زاویه ساخته شده با هم مکملن.

حالا میریم سراغ یه تعریف دیگه که فیلی باهش سرو کار داریم:

زاویه های متقابل به راس یاد تونه؟

اگه دو تا خط همدیگر رو قطع کنن ۴ تا زاویه به وجود میاد، که دو به دو روبروی همدیگه قرار دارن. این زاویه هایی که روبروی همدیگه هستن اسمشون زاویه های متقابل به راس هست. شکل زیر رو ببینید:



اینجا دو تا خط همدیگر رو قطع کردن و زاویه های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ رو به وجود آوردن.

زاویه های ۲ و ۴ دو زاویه متقابل به راس هستن و

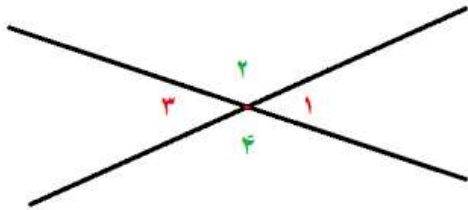
زاویه های ۳ و ۱ هم دو زاویه متقابل به راس هستن.

یه خصوصیتی که زوایای متقابل به راس دارن اینه که با هم برابرن 😊

یعنی زاویه های ۲ و ۴ با هم برابرن

زاویه های ۳ و ۱ هم با هم برابرن.

تا اینجا باید دو تا مفهوم زاویه های مکمل و زاویه های متقابل به راس رو خوب یاد گرفته باشید. حالا که خوب یاد گرفتید، به من بگید توی شکل زیر کدوم زاویه ها با هم مکملن؟



زاویه های ۱ و ۲. چرا؟

دستتون رو روی زاویه های ۳ و ۴ بذارید که دیده نشن. حالا فقط زاویه ۱ و ۲ رو دارید که روی هم یه خط صاف یعنی یه زاویه 180° درجه بوجود آوردن، پس زاویه های ۱ و ۲ مکمل همدیگه هستن و مجموعشون 180° درجه میشه.

با همین استدلال، زاویه های زیر هم با هم مکملن:

زاویه های ۱ و ۴

زاویه های ۲ و ۳

زاویه های ۳ و ۴

حالا یه سوال دیگه، من آگه به شما بگم که زاویه شماره یک، 30° درجه س، آیا شما می تونید اندازه زاویه های ۲ و ۳ و ۴ رو به من بگید؟

یادتونه گفتیم زاویه های متقابل به راس با هم برابرن؟ الان کدوم زاویه با ۱ متقابل به راسه؟ آخرین زاویه ۳. پس اندازه زاویه ۳ برابره با 30° درجه.

حالا باید اندازه زاویه های ۲ و ۴ رو به دست بیاریم.

زاویه های ۱ و ۲ رو در نظر بگیرید. گفتیم این دو تا مکملن، یعنی مجموع این دو زاویه برابر ۱۸۰ درجه‌س، پس داریم:

$$زاویه ۱ + زاویه ۲ = ۱۸۰$$

$$۳۰ + زاویه ۲ = ۱۸۰$$

بنابراین:

$$زاویه ۲ = ۱۸۰ - ۳۰ = ۱۵۰$$

اندازه زاویه ۲ هم برابر شد با ۱۵۰

از طرفی زاویه ۲ و ۴ متقابل به راسن، پس با هم برابرن. بنابراین اندازه زاویه ۴ هم برابر است با ۱۵۰.

پس آگه دو تا فط همدیگر رو قطع کرده باشن و ۴ تا زاویه به وجود آورده باشن، با دونستن اندازه یکی از زاویه ها می تونیم اندازه سه زاویه دیگه رو هم به دست بیاریم.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam8

برای دریافت جزوات سایر پایه ها ، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیونذید.